

TEMA II b) EDO L (n) CC NH.

$$\frac{dy}{dx^n} + a_1 \frac{dy}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = Q(x)$$

Método Operador Diferencial.

$$\frac{dy}{dx} \quad y' \quad y \quad Dy \rightarrow Dy$$

$Q(x)$	D
C	D
Cx	D^2
Cx^n	D^{n+1}
Ce^{ax}	$(D-a)$
Cxe^{ax}	$(D-a)^2$
$Cx^n e^{ax}$	$(D-a)^{n+1}$
$C \cos(bx)$ $C \operatorname{sen}(bx)$	$\{(D^2 + b^2)\}$
$Ce^{ax} \cos(bx)$ $Ce^{ax} \operatorname{sen}(bx)$	$\{(D-a)^2 + b^2\}$
$Cxe^{ax} \cos(bx)$ $Cxe^{ax} \operatorname{sen}(bx)$	$\{((D-a)^2 + b^2)^2\}$
$Cx^n e^{ax} \cos(bx)$ $Cx^n e^{ax} \operatorname{sen}(bx)$	$\{((D-a)^2 + b^2)^{n+1}\}$

$$Q(x) = \begin{cases} e^{ax} \\ x^n \\ \cos(bx) \\ \operatorname{sen}(bx) \end{cases}$$

$$y'' - 5y' + 6y = 4e^{3x} - x^2$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

$$D^2 y - 5Dy + 6y = 0 \quad \text{EDO(2) LCC } H_A$$

$$(D^2 - 5D + 6)y = 0$$

$$(D-3)(D-2)y = 0$$

$$(D-3)(D-2)[c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x}] = 0$$

$$(D-3)[\cancel{3c_1} e^{3x} + \cancel{2c_2} e^{2x} - \cancel{2c_1} e^{3x} - \cancel{2c_2} e^{2x}] = 0$$

$$(D-3)[c_1 e^{3x} - c_2 e^{2x}] = 0$$

$$(D-3)[c_1 e^{3x}] = 0$$

$$[\cancel{3c_1} e^{3x} - \cancel{3c_1} e^{3x}] = 0$$

$$[0] c_1 e^{3x} = 0$$

$$0 \equiv 0$$

$$(D-3)(D-2)y = 4e^{2x} - x^2$$

$$y_H = c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x}$$

ECUACIÓN
EXTENDIDA

$$(D-3)(D-2)(D-2)D^3 y = 0$$

$$(D-3)(D-2)^2 D^3 y = 0$$

Solución
extendida

$$y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x} + c_3 x e^{2x} + c_4 + c_5 x + c_6 x^2$$

$$y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x} + A x e^{2x} + B + D x + E x^2$$

$$y_{p/q} = A x e^{2x} + B + D x + E x^2$$

$$Dy = A(e^{2x} + 2x e^{2x}) + (0) + D + 2Ex$$

$$D^2 y = A(4e^{2x} + 4x e^{2x}) + (0) + 2E$$

$$\begin{array}{rcl} \textcircled{D^2 y} & \Leftrightarrow & 4Ae^{2x} + 4Ax e^{2x} + 2E \\ + & & \\ -5Dy & \Leftrightarrow & -5Ae^{2x} - 10Ax e^{2x} - 5D - 10Ex \\ + & & \\ 6y & \Leftrightarrow & +6Ax e^{2x} + 6B + 6Dx + 6Ex^2 \\ \hline & = & 4e^{2x} - Ae^{2x} + (6)Ax e^{2x} \\ & & -x^2 \\ & & + (6D - 10E)x \\ & & + (6B - 5D + 2E) \end{array}$$

$$\begin{aligned} -A &= 4 & A &= -4 \\ 6E &= -1 & E &= -\frac{1}{6} \\ 6D - 10E &= 0 & 6D &= 10\left(-\frac{1}{6}\right) & D &= -\frac{10}{36} \\ 6B - 5D + 2E &= 0 & 6B &= 5\left(-\frac{10}{36}\right) - 2\left(-\frac{1}{6}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & -10 \\ 0 & 6 & -5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ D \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$6B = -\frac{50}{36} + \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{-50 + 12}{6 \times 36} = -\frac{38}{216}$$

$$y(x) = c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x} - 4x e^{2x} - \frac{38}{216} - \frac{10}{36}x - \frac{1}{6}x^2$$